



TITLE:

# 侵入スケジュールを考慮した施設 警備問題 (不確実性下における意思 決定問題)

AUTHOR(S):

森田, 修平; 宝崎, 隆祐

---

CITATION:

森田, 修平 ...[et al]. 侵入スケジュールを考慮した施設警備問題 (不確実性下における意思決定問題). 数理解析研究所講究録 2011, 1734: 17-24

ISSUE DATE:

2011-03

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170783>

RIGHT:

## 侵入スケジュールを考慮した施設警備問題

防衛大学校・理工学研究科 森田 修平(Shuhei Morita)

Graduate School of Science and Engineering,

National Defense Academy

防衛大学校・情報工学科 宝崎 隆祐(Ryusuke Hohzaki)

Department of Computer Science,

National Defense Academy

### 1 はじめに

計算幾何学の分野における有名な美術館問題[1, 5, 6]に代表されるように, 施設の警備問題は幾何学的観点から多くの研究がなされてきたが, スケジューリング問題のような時間を含む動的な問題を取り扱うことは困難であった. 一方で, 幾何学的制約の少ない動的な警備や搜索問題に関しては, 探索理論を始めとしたオペレーションズ・リサーチの手法が有効であり, 決められたルートに沿った最適搜索問題[3]などの研究がある. 本研究では, 侵入者の動的な侵入スケジュールを考慮して, 探索理論を始めとする数理計画法やゲーム理論を用いて警備員のより良い巡視路問題を分析する. そのため, 次の 4 つの問題を解く. 与えられた侵入路に対する侵入スケジュールリング問題, 複数警備巡視路の選択問題, 注意量配分問題, そして, 侵入路決定問題である.

### 2 警備問題の状況設定とモデル

今, 施設のセキュリティ上脆弱な部分を調査することで, 複数の警備巡視路を持つ警備員が, いくつかの侵入路を見積もっているものとする. ここでの警備状況を以下のように設定する.

#### A1. 問題の空間・時間設定

2 次元連続ユークリッド空間  $\mathbf{R}^2$  内に設定された, 閉じた空間を持つ施設の警備を考える. 時間を離散時点の集合  $\mathbf{T} = \{1, 2, \dots, T\}$  とする.  $T$  は侵入者が考える目的地への到着時刻の上限である. また, 施設内には警備員の視界を妨げる障害物が存在する.

#### A2. 警備員に関する設定

複数の警備員は施設内に設けられた  $m$  本の巡視路のいずれかをそれぞれ選択し, その経路上で警備活動を行う.  $s$  番目の巡視路での移動スケジュールを  $\mathbf{p}_s = \{\mathbf{p}(s, t) \in \mathbf{R}^2, t \in \mathbf{T}\}, s = 1, \dots, m$  とする.  $\mathbf{p}(s, t)$  は  $s$  番目の巡視路の時刻  $t \in \mathbf{T}$  での警備員の位置ベクトルである.

#### A3. 侵入者に関する設定

侵入者の侵入路として  $n$  本を考える. 1 つの侵入路はいくつかの経由地点から成る.  $l$  番目の侵入路には  $L_l$  個の経由地点があり, 侵入路  $l$  全体を  $\mathbf{q}_l = \{\mathbf{q}(l, j) \in \mathbf{R}^2, j = 1, \dots, L_l\}, l = 1, \dots, n$  と表す.  $\mathbf{q}(l, j)$  はその  $j$  番目の経由地点の位置ベクトルである. 侵入者は経由地点間を一定の速度  $u$  で移動し, 経由地点でのみ停止することができる. 各経由地点は, そこが他から見える場所か隠れた場所であるかの属性を持つ. ただし, 侵入者のスタート地点は見えない場所にあるとする.

#### A4. 侵入者に対する視認度

警備員, 侵入者は, 双方ともに侵入者に対する見つかりやすさに興味を持っている. この見つかりやすさを視認度と呼び, 明るさ, 可視性, 減衰率の 3 要素により定義する. 明るさは施設内の各地点の明るさを表すパラメータであり, 地点  $\mathbf{r}$  にいる明るさを  $\alpha(\mathbf{r})$  とする. 可視性は, 警備員, 侵入者, さらに施設内の障害物などの位置関係で警備員から侵入者が見えるか否かを示す. 巡視路  $s$  を通る時刻  $t$  の警備員位置  $\mathbf{p}(s, t)$  から位置  $\mathbf{r}$  の可視性を示す関数を次のように定義するが, これは対象物の幾何学的観点から通常の計算幾何学の手法[5, 6]を用いて判別することができる.

$$\delta_s(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 1, & \text{地点 } \mathbf{r} \text{ が } \mathbf{p}(s, t) \text{ から見える場合} \\ 0, & \text{地点 } \mathbf{r} \text{ が } \mathbf{p}(s, t) \text{ から見えない場合} \end{cases}$$

警備員と侵入者間の距離が遠くなるにつれて侵入者が見えにくくなる割合を減衰率という. 時刻  $t$  において, 巡視路  $s$  にいる警備員から位置  $\mathbf{r}$  の侵入者の減衰率  $\beta_s(\mathbf{r}, t)$  は, 両者の距離  $d = \|\mathbf{r} - \mathbf{p}(s, t)\|$  のみに依存し, 関数  $\beta_s(\mathbf{r}, t) = g(d)$  で表されるとする. 以上の 3 要素が見え方に影響を与えるものとし, 時刻  $t$  に巡視路  $s$  上の警備員による地点  $\mathbf{r}$  の視認度  $E_s(\mathbf{r}, t)$  を次式で定義する.

$$E_s(\mathbf{r}, t) \equiv \alpha(\mathbf{r})\delta_s(\mathbf{r}, t)\beta_s(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

#### A5. 評価尺度

侵入スケジュールの評価尺度は, 全巡視路にいる警備員からみた侵入者位置の全時刻における視認度の総和とする. 侵入者は, この総和が最小となる侵入スケジュールをとるものとする.

### 3 侵入スケジューリング問題

ここでは, 現にある侵入路を通っている侵入者が, 巡視中の警備員を意識しつつ, 経由地点でどのように時間調整をすれば見つかりにくいかを問題とする.

#### (1) 侵入スケジューリング問題の定式化

ここでは 1 つの侵入路を考えるため, 前節の A4 の設定にならって経由地点で構成される侵入経路を  $\mathbf{q} = \{\mathbf{q}^j, j=1, \dots, L\}$  と表す.  $\mathbf{q}^j$  は  $j$  番目の経由地点であり,  $x, y$  座標で表現された点  $\mathbf{q}^j = (q_x^j, q_y^j)$  で表わす.  $L$  は経由地点数である. ここで, 侵入者が巡視中の警備員の動きを認識しつつ, 全時点における視認度の総和が最小となるように経由地点  $j=1, \dots, L$  における出発時刻  $z_j$  を決定する問題を, 侵入スケジューリング問題と呼ぶ.

まず, 前提 A3 で述べた侵入路の経由地点  $j$  の可視性を示す関数は次のように与えられているものとする.

$$v_j = \begin{cases} 1, & \text{経由地点 } j \text{ は他から見える} \\ 0, & \text{経由地点 } j \text{ は他からは見えない} \end{cases}$$

次に, 侵入者が速度  $u$  で移動した場合, 経由地点間の移動に必要な時点数を考える. 経由地点  $j$  と  $j+1$  の間での所要時点数  $n_j$  は  $n_j \equiv \left\lceil \frac{\|\mathbf{q}^{j+1} - \mathbf{q}^j\|}{u} \right\rceil - 1$  で求めることができる. ただし, 時点を離散

で考えるため, まるめ誤差が含まれる. 経由地点  $j$  の出発時刻を  $z_j$  とすると, 侵入者は時刻  $z_j+1, z_j+2, \dots, z_j+n_j$  では移動中, 時刻  $z_j+n_j+1$  に経由地点  $j+1$  へ到着する. 経由地点  $j$  から時点数  $k$  経過後の時刻  $z_j+k$  における侵入者の位置ベクトル  $\mathbf{q}^j(k)$ ,  $k=1, \dots, n_j$  は経由地点  $j$  と  $j+1$  間の時点数に応じた内分点として計算し, これを  $x, y$  座標  $(q_x^j(k), q_y^j(k))$  に分解すれば次式となる.

$$\mathbf{q}^j(k) = \mathbf{q}^j + \frac{k}{n_j+1}(\mathbf{q}^{j+1} - \mathbf{q}^j) = \left( \frac{n_j+1-k}{n_j+1}q_x^j + \frac{k}{n_j+1}q_x^{j+1}, \frac{n_j+1-k}{n_j+1}q_y^j + \frac{k}{n_j+1}q_y^{j+1} \right) \equiv (q_x^j(k), q_y^j(k)) \quad (2)$$

この位置ベクトル  $\mathbf{q}^j(k)$  の警備員位置からの視認度を, (1)式を用いて表現すれば,

$\sum_{s=1}^m E_s(\mathbf{q}^j(k), z_j+k)$  となり, 経路地点  $j$  と  $j+1$  間で移動中の総視認度は  $\sum_{s=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^j(k), z_j+k)$  で表

され, 経路地点  $j+1$  に到着し時点  $z_{j+1}$  に出発するまでの視認度は  $\sum_{s=1}^m v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E_s(\mathbf{q}^{j+1}, \tau)$  である. 以

上から, 経路地点での最適な出発時刻を求める侵入スケジューリング問題は, 次式で定式化できる.

$$(P1) \quad \min_{\{z_j\}} \sum_{j=1}^{L-1} \sum_{s=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^j(k), z_j+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E_s(\mathbf{q}^{j+1}, \tau) \right\}$$

$$s.t. \quad 1 \leq z_1, z_j + n_j + 1 \leq z_{j+1}, i=1, \dots, L-2, z_{L-1} + n_{L-1} + 1 \leq T, z_j \in \mathbf{Z}(\text{整数})$$

## (2) 問題 (P1) に対する動的計画法による解法

まず, 各経路地点  $j$  における最早出発時刻と目的地に時刻  $T$  までに到着するための最遅出発時刻を考えると, 最早出発時刻は  $F_j = \sum_{k=1}^{j-1} n_k + j$ , 最遅出発時刻は  $S_j = T - \sum_{k=j}^{L-1} n_k - (L-j)$  と計算でき

る. 侵入スケジューリング問題を動的計画法により解くため, 経路地点  $j$  の出発時刻を  $t$  とした時の経路地点  $j$  を出発して以降での最小視認度を  $f_j(t)$  で定義する.  $z$  を経路地点  $j+1$  からの出発時刻とすると, 経路地点  $j$  からの最小視認度  $f_j(t)$  は, 時刻  $t \sim z$  間の視認度と  $z+1$  以降の最小視認度  $f_{j+1}(z)$  の和が最も小さくなるように出発時刻  $z$  を決めることにより求めることができる.

以上から,  $f_j(t)$  と  $f_{j+1}(z)$  の関係を漸化式により表すと次式となる.

$$(P2) \quad f_j(t) = \min_{t+n_j+1 \leq z \leq S_{j+1}} \left[ \sum_{s=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^j(k), t+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=t+n_j+1}^z E_s(\mathbf{q}^{j+1}, \tau) \right\} + f_{j+1}(z) \right], F_j \leq t \leq S_j, j=L-1, \dots, 0$$

侵入者が目的地である経路地点  $L$  に到着すれば, スケジューリングは終了するため  $v_L=0$  とし, 初期条件は  $F_L \leq t \leq T$  に対して  $f_L(t)=0$  である.  $j$  の値を  $L-1$  から 1 つずつ減少させつつ, 出発時刻  $t$  を実行可能な範囲  $F_j \leq t \leq S_j$  で変化させながら, この漸化式を計算していく.  $j=0$  は最適な出発時刻を決めるためのダミーの点であり,  $f_0(0)$  が計算できれば, これがこの侵入路全体の最小視認度を示す. また, 各経路地点  $j+1$  での最適な出発時刻は, (P2)の最小化を実現する  $z$  の値によって得られる.

〔数値例 1〕図 1 に示すように, 左下を原点  $(0, 0)$  とした直交座標系上の閉じた施設を考える. 巡視路の各時刻の位置及び侵入路の経路地点は図に示す通りである. 警備員は巡視路に沿って, 時点数 1 の間に 1 マス分だけ進む. 経路地点間を侵入者は  $u=2$  で移動するが, これは時点数 1 の間に直交座標系の 2 マス分の距離を動くことに相当する. また, モデルの前提 A4 で述べた減衰率を  $g(d)=1/d^2$  とする. この場合の最適侵入スケジュールを動的計画法で求めた結果は表 1 のとお

りである。

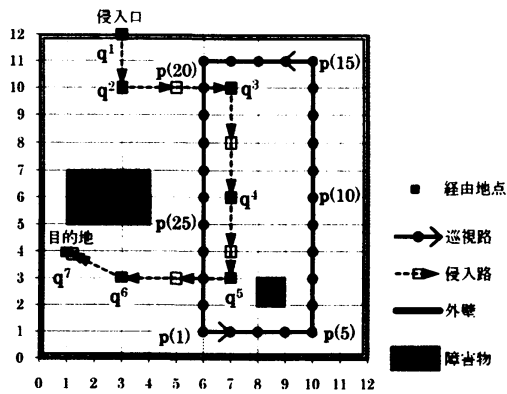


図 1 施設内の設定

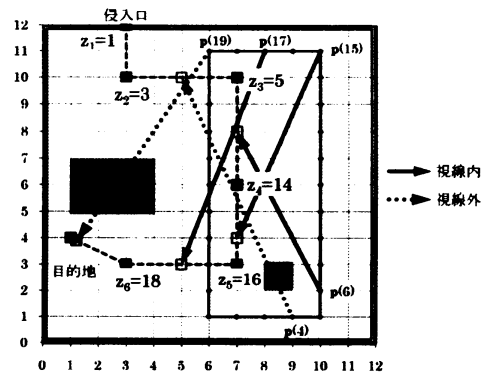


図 2 最適侵入スケジュール

表 1 侵入路の最適侵入スケジュールと視認度

経由地点 $j$	1	2	3	4	5	6	7
到着時刻	0	2	5	9	16	18	20
出発時刻	1	3	5	14	16	18	
$f_j(z_j^*)$	0.053	0.053	0.053	0.031	0.014	0	

図 2 上の経由地点  $j$  の横には最適な出発時刻  $z_j$  が書かれており、この最適スケジュールで動く侵入者の位置が警備員から見える場合には実線の矢印を、見えない場合は点線の矢印で示している。

ここで侵入スケジュールの主要な特徴を述べる。経由地点 2 には時刻 2 に到着するが、出発時刻を 3 とし出発直後に障害物を利用することで、警備員の視線から侵入者は見えない。また、経由地点 4 で停止することにより、近くを通る警備員をやり過ごす。侵入者が経由地点 4 を出発後、経由地点 6 までは障害物の死角を利用することはできないが、警備員と侵入者の距離は遠く、視認度の増加はそれほど顕著にはならない。

以上の様に、動的計画法により求めた侵入スケジュールは、警備員の巡視計画や施設内の障害物をうまく考慮した計画になっている。

#### 4 複数警備巡視路の選択問題

ここでは第 2 節での前提どおり  $m$  本の巡視路及び  $n$  本の侵入路があるとする。侵入者は一度侵入してしまえば警備員の動静が分かり、最小視認度をもつ侵入スケジュールを実現できる。警備員側も、各巡視路に対する最悪の侵入スケジュールは評価できる。しかし、お互いにどの手段を取るかはわからない。このようなゲーム的状況下での巡視路の選択問題を考える。解法(P2)により求まる巡視路  $p_j$  と侵入路  $q_l$  に対する最小視認度を  $V(p_j, q_l)$  とする。この問題は、警備員と侵入者をプレイヤー、 $m$  本の巡視路の選択と  $n$  本の侵入路の選択を警備員及び侵入者の戦略とし、視認度  $V(p_j, q_l)$  を支払とする同時手番の 2 人ゼロ和ゲームとして考えることができる。支払  $V(p_j, q_l)$  に関して、侵入者はこれをできるだけ小さくするような侵入路を選びたいと考え、警備員はできるだけ大きくする巡視路を選択したいと考える。

有限個の戦略を持つ 2 人ゼロ和ゲームでは、ミニマックス定理から、混合戦略まで考えれば均

均衡解が必ず存在することが知られており、これを行列ゲームの一般的な解法である線形計画法等により求めれば、得られる解から警備環境や巡視計画の有効性を数値的に評価することができる。

〔数値例 2〕ある施設には、 $m=3$  本の巡視路及び  $n=3$  本の侵入路があり、巡視路と侵入路全ての組み合わせに対する最小視認度を示す支払行列が表 2 のようになったとする。この行列ゲームを解くと、警備員の混合戦略として巡視路 1, 2, 3 の最適選択確率は 0.52, 0, 0.48 となる。したがって、この施設では 100 回の警備に対して 52 回は巡視路 1 を 48 回は巡視路 3 を選択し、巡視路 2 は使用しない、といった警備計画が推奨される。一方の侵入者は、どの巡視路に対しても視認度の比較的高い侵入路 3 を選択せず、侵入路 1 及び侵入路 2 をそれぞれ 0.48, 0.52 の確率で選択することになる。

表 2 支払行列  $V(p_s, q_l)$

侵入路 巡視路	1	2	3
1	0	0.011	0.01
2	0	0	0.023
3	0.012	0	0.014

## 5 注意量配分問題

ここでは第 3 節で求めた最悪な侵入スケジュールを意識しつつ、巡視中の警備員がどのように注意を配分すれば効果的であるかを、探索配分ゲーム[2]の理論を用いて議論する。まず、前提 A1~A5 に加えて警備員の注意量を取り扱うための前提を付加する。

### A6. 複数警備員の視線方向

各巡視路を巡視している警備員の注意量を配分する方向を定義するため、全周を  $M$  分割した離散的な方角を  $\Theta \equiv \{1, \dots, M\}$  で定義する。各警備員は各時点における全体の注意量を 1 とし、その内の何割を各方角へ向けるべきかを定める。その戦略として、 $s$  番目の巡視路上の警備員における時刻  $t$ 、方角  $\theta$  への注意量を  $\{\varphi_s(\theta, t), \theta \in \Theta, t \in T\}$  で定義する。

### A7. 侵入者の発見

時刻  $t$  で位置  $r$  に位置する侵入者の発見確率あるいは度合は、注意量  $\varphi_s(\theta, t)$  と視認度  $E_s(r, t)$  の積を各警備員で合計した値  $P(\varphi, l)$  に依存するものとする。ただし、 $m$  本の巡視路に対し、(P2)で求まる侵入路  $l$  の最悪な侵入スケジュールにおける時刻  $t$  での侵入者の位置が  $\omega(l, t)$ 、そのスケジュールが  $\omega_l = \{\omega(l, t), t \in T\}$  である。また、 $\phi_s(r, t)$  は時刻  $t$  での巡視路  $s$  から位置  $r$  の方角を示す。ここで、 $P(\varphi, l)$  は次式で与えられる。

$$P(\varphi, l) = \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^m E_s(\omega(l, t), t) \varphi_s(\phi_s(\omega(l, t), t), t) \quad (3)$$

以後、侵入者の混合戦略を、侵入路  $l$  をとる確率  $\pi(l)$  で表す。A6 及び A7 の前提を満たす戦略の実行可能領域を、各警備員の注意量配分  $\varphi_s(\theta, t)$ ,  $s=1, \dots, m$  について  $\Psi$ 、侵入路の混合戦略  $\pi(l)$  については  $\Pi$  とする。ゲームの期待支払  $P(\varphi, \pi)$  は  $P(\varphi, \pi) = \sum_{l=1}^n \pi(l) P(\varphi, l)$  となり、これは  $\varphi$  と  $\pi$  について線形であるため、そのマックスミニ最適化問題は次式で与えられる。

$$\max_{\varphi} \min_{\pi} \sum_{l=1}^n \pi(l) P(\varphi, l) \quad s.t. \quad \varphi \in \Psi, \pi \in \Pi$$

この問題は容易に次の線形計画問題に変形することができる。

$$(P3) \quad \max_{\{\varphi, \eta\}} \eta \quad s.t. \quad \sum_{l=1}^T \sum_{s=1}^m E_s(\omega(l, t), t) \varphi_s(\phi_s(\omega(l, t), t), t) \geq \eta, \quad l=1, \dots, n, \varphi \in \Psi$$

(P3) から求まる最適解  $\{\varphi_s^*(\theta, t), \theta \in \Theta, t \in T\}$  が巡視路  $s$  の警備員の最適な注意配分計画である。

[数値例 3] パラメータ  $T=23$ ,  $\alpha(r)=1$ ,  $u=2$ ,  $g(d)=1/d^2$ ,  $M=10$  の設定のほか,  $m=2$  本の巡視路及び  $n=3$  本の侵入路は図 3 に示すとおりである。巡視路 1 は地点  $p(1,1)=(8, 9)$ , 巡視路 2 は地点  $p(2, 1)=(15, 13)$  を出発し, それぞれ反時計回りに巡視し  $T=15$  で元の場所に戻るが, その後  $T=23$  まで引き続き同じ経路に沿って巡視する。3 本の侵入路とも目的地は  $(11, 11)$  であり, 全ての経由地点の可視性は 0 とする。(P2)により求めた最悪な侵入スケジュールにおける各侵入路の視認度は図 4 に描いている。白い矢印は巡視路 1, 黒い点線の矢印は巡視路 2 から各侵入者が視界に入り視認度が増す時刻と方角を示している。この設定での各巡視路の時刻 6~15 での最適注意配分量を表 3 に示した。侵入者に対する方角  $\theta \in \Theta \equiv \{1, 2, \dots, 10\}$  とは, 巡視路上のどの位置, 進行方向からであっても図 4 上の右下に示している円の方角を基準に考える。

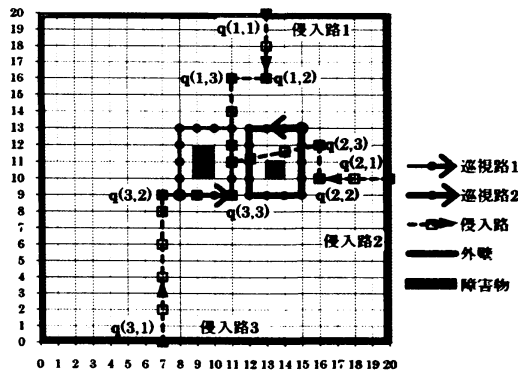


図 3 施設内の 2 本の巡視路設定

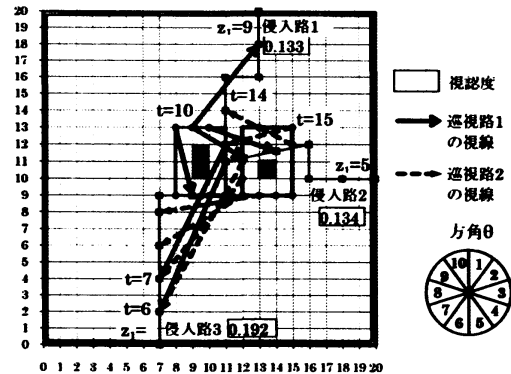


図 4 各巡視路から視界に入る侵入路

表 3 2つの巡視路からの最適注意量配分

巡視路 時間 角度	1										2									
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
2	0	0	0.1	0	0.2	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
3	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
4	0	0	0.1	1	0.8	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
5	0	0	0.1	0	0	1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
6	1	1	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
7	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	1	1	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
8	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	1	0.1	1	0.1	0.1	0	1
9	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	1	0
10	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0

以下に, この注意配分の主要な特徴を示す。

- ① 時刻 6,7 において, 巡視路 1 は視認できる唯一の侵入路 3 の方角 6 へ注意を集中している。巡視路 2 も同様である。時刻 6~15 以外や, どの巡視路からも侵入者が視界に入らない時刻には注意量を一様に配分している結果となっているが, この配分は無駄となる。
- ② 時刻 10 において, 巡視路 1 から侵入路 1 と侵入路 2 の両方が視界に入っているものの, 侵入路 2 の方角 4 に対してより多くの注意量 0.8 を配分している。これは, 至近距離にある侵入者に注意した方がより視認度が高く, それが全体の視認度の向上に貢献するからである。一方の侵入路 1 に対しては, 時刻 14, 15 で巡視路 2 から視界に入る機会があり, そこで視認度を高くできる。

## 6 侵入路決定問題

これまでの3つの警備問題は、侵入路の見積りが可能であるという前提で考えてきたが、その見積りが現実的でない場合には侵入路自体を見積もる必要がある。ここでは到着時刻の上限制約の下で、視認度を最小とする侵入路と移動スケジュールを同時に決定する問題を考える。ただし、侵入点と目的地は見積もられているものとする。この問題は Orda, Rom らによる研究[4]の拡張である。まず、侵入路決定の基盤であるネットワークを以下のように設定する。

### A8. グラフネットワークの設定

施設内のネットワークを  $G(V, A)$  で表す。  $V$  は侵入者が経由できるノード集合、  $A$  はアーク集合である。ノード  $j \in V$  の隣接ノードの集合を  $N_j$  とし、侵入者の侵入点を  $a \in V$ 、目的地を  $b \in V$  とする。ノード  $j$  の位置座標を  $j = (j_x, j_y)$  で表す。

#### (1) 動的計画法による定式化

この問題を動的計画法により定式化するため  $f_j(t)$  及び  $z$  を第3節(2)と同様に定義すると、  $f_j(t)$  は次の漸化式をもつ。

$$(P4) \quad f_j(t) = \min_{l \in N_j} \min_{t+n_{jl}+1 \leq z \leq S_l} \left[ \sum_{s=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^{jl}(k), t+k) + v_l \sum_{\tau=t+n_{jl}+1}^z E_s(\mathbf{q}^l, \tau) \right\} + f_l(z) \right], F_j \leq t \leq S_j, j \in V$$

初期条件は  $F_b \leq t \leq T$  に対して  $f_b(t) = 0$  である。また、最早出発時刻  $F_j$  及び最遅出発時刻  $S_j$  は、侵入点  $a$  から  $j$  間及び目的地  $b$  から  $j$  間に対しダイクストラ法を適用して最短時間を求めることにより、計算する。  $j=0$  は最適な出発時刻を決めるためのダミーの点であり、侵入点  $a$  とのみアーク  $(0, a)$  で繋がっているものとする。上の計算を実現する数値解法アルゴリズムは次のとおりである。

#### [アルゴリズム]

Step0. ダイクストラ法を用いて、全ての  $j \in V$  の  $F_j, S_j$  を求める。

Step1.  $j \neq b$  である全ての  $j$  及び  $F_j \leq t \leq S_j$  なる  $t$  に対し、  $f_j(t) = \infty$  とおく。

$j = b$  に対しては  $F_b \leq t \leq S_b$  なる  $t$  について  $f_b(t) = 0$  とし、  $\Gamma = \{(b, t), F_b \leq t \leq S_b\}$  とする。

Step2. 全ての  $(i, z) \in \Gamma$  に対し Step3 を実施する。  $\Gamma = \emptyset$  ならば、  $f_0(0)$  を出力し終了する。

Step3.  $\Gamma = \Gamma - \{(i, z)\}$  とする。  $(j, i) \in A$  及び  $t \in [1, z - n_{ji} - 1] \cap [F_j, S_j]$  なる全ての  $(j, t)$  に対し

$$f_j(t) = \min \left[ f_j(t), \sum_{s=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^{ji}(k), t+k) + v_i \sum_{\tau=t+n_{ji}+1}^z E_s(\mathbf{q}^i, \tau) \right\} + f_i(z) \right] \text{ とし、}$$

$f_j(t)$  が更新されれば  $\Gamma = \Gamma \cup \{(j, t)\}$  とする。

**[数値例4]** 図5及び6に示すように、左下を原点  $(0, 0)$  とした直交座標系上の閉じた施設を考える。施設内をメッシュ状に距離4ごとにノードを設定し、1つのノードからは上下左右斜めの8方向に隣接するノードを結ぶアークを設定した。全体のノード数は400、アーク数は2800となる。図の黒点はノードを表しているが、見易くするためにアークは省略している。任意の地点  $\mathbf{r}$  の明るさは全て  $\alpha(\mathbf{r}) = 1$  とする。侵入点と目的地の設定は図に示す通りであり、それらの可視性は  $v_j = 0$  とし警備員には見えないが、その他の経由地点は他から見えるものとする。巡視路の各時刻の位置は図5に示す通りであり、警備員は施設の右下  $p(1)$  を出発し、反時計回りに巡視路に沿って一周する。侵入者の移動速度は  $u=2$  である。

図5には上限時刻  $T$  が50と59の2つの最適侵入路を示している。 $T=50$  の場合には左の壁面に沿った経路をとるが、 $T=59$  の場合、遠回りのルートを取り、警備員からの視界が妨げられるように障害物を利用している。視認度も0.0056となり、 $T=50$  の場合の0.037と比較すると非常に



小さくなっている。

図 6 には侵入点から目的地に到達し、更にはそこから脱出点に至るような設定の異なる 2 つの例について示している。経路 1 は侵入点と脱出点と同じ場合である。このとき、左上の障害物を反時計回りに警備員が巡視するタイミングに合わせ、その障害物に沿った経路をとることで、警備員の視線からは見えない。経路 2 は侵入点と脱出点が異なる場合である。この例でも、2 つの障害物を利用しながら警備員の視線の死角となる経路となっている。経路 2 では視認度は 0 となり、警備員からは見つかることなく移動を完了させることができる。

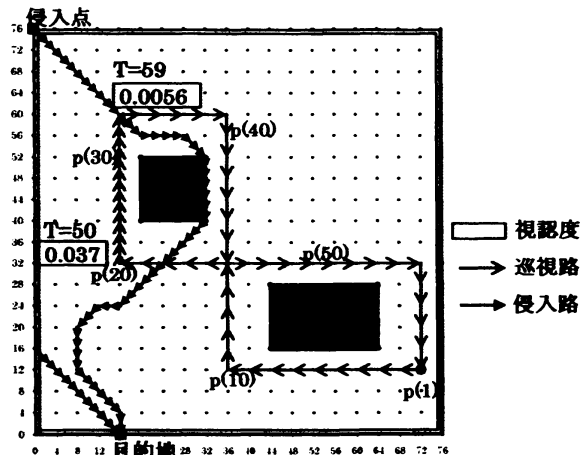


図 5 上限時刻による最適侵入路の変化

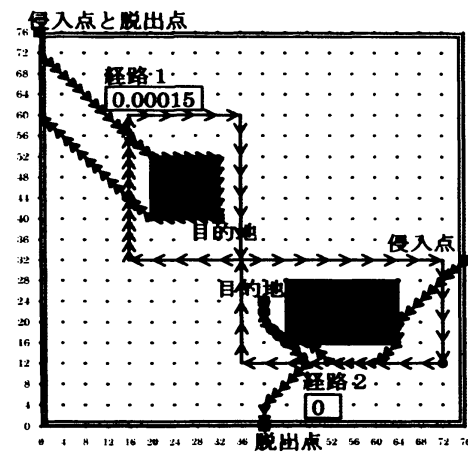


図 6 目的地を通った後脱出するまでの最適侵入路(T=59)

## 7 おわりに

本研究では、これまで計算幾何学では取り扱うことの難しかったスケジューリングのような時間を含む動的な警備問題を、探索理論を始めとする動的計画法やゲーム理論といった数理計画手法を用いて議論した。これにより、侵入者の実際の侵入スケジュールや侵入路の見積りが可能となり、それを用いて警備員の巡視路を適切に選択したり、現行の警備体制を数値的に評価することが可能となった。

将来の労働力不足に対応して、ロボット技術等による警備の自動化が今後益々普及することが考えられるが、本研究で提案したモデルは、そのより良い警備計画の提案にも貢献することができると思う。

## 参考文献

- [1] 浅野哲夫: 計算幾何, 共立出版, 2007.
- [2] R. Hohzaki: Discrete search allocation game with energy constraints, JORSJ, Vol. 45, No. 1, pp. 93-108, 2002.
- [3] R. Hohzaki and K. Iida: A search game when a search path is given, European Journal of OR, Vol. 124, pp. 114-124, 2000.
- [4] A. Orda and R. Rom: MINIMUM WEIGHT PATHS in TIME-DEPENDENT NETWORKS, Department of Electrical Engineering Technion-Israel Institute of Technology Haifa, Israel 32000, 1990.
- [5] J. O'Rourke: Art Gallery Theorem and Algorithms, Oxford University Press, 1987.
- [6] 譚学厚, 平田富夫: 計算幾何学入門, 森北出版, 2001.